ÁLGEBRA (Ciencias) – año 2017

PRÁCTICA 1

Lógica

1. Determinar si los siguientes enunciados son proposiciones. Justificar

   a) Siete es mayor que doce.

   b) Si $6 > 4$ entonces $6 > 2$

   c) Ella es inteligente.

   d) Quíen es?

   e) En otros planetas del sistema solar hay diversos tipos de seres vivos

   f) De $2 + 3 \geq 5 + 4$ se deduce $3 > 4$.

   g) Estudiaré música o canto.

   h) Cualquier rectángulo tiene cuatro lados.

   i) $x > 2$.

2. Escribir las siguientes proposiciones en lenguaje simbólico. Para las últimas tres proposiciones indicar su valor de verdad.

   a) El gobierno argentino establece un control sobre la caza del zorro colorado, o esas especies se extinguirán en un futuro muy próximo.

   b) Comprendo los puntos de vista de Marta, pero no los comparto.

   c) Si me levanto temprano, tomo el tren de las ocho.

   d) 8 es par o 6 es impar

   e) 8 es par y 6 es impar

   f) Si 8 es impar y 6 es impar, entonces $8 < 6$.

3. Dadas la siguientes proposiciones, reescribirlas utilizando "necesario" y "suficiente".

   a) Si un número es múltiplo de 3 entonces su cuadrado es múltiplo de 9.

   b) Un número es múltiplo de 4 sólo si es divisible por 2.

   c) Un número es múltiplo de 7 si es múltiplo de 21.

   Enunciar los condicionales: recíproco, contrario y contrarrecíproco. Decir cuáles son equivalentes.

4. Construir las tablas de verdad de las siguientes proposiciones y clasificarlas en tautologías, contradicciones y contingencias.

   a) $\sim p \rightarrow (q \vee \sim p)$

   b) $((p \wedge q) \rightarrow p) \rightarrow q$

   c) $(p \wedge q) \rightarrow \sim p$

   d) $p \wedge (q \vee \sim p)$

   e) $(\sim p \rightarrow q) \rightarrow (\sim q \rightarrow p)$

   f) $((p \wedge q) \vee (r \wedge \sim q)) \leftrightarrow ((\sim p \wedge \sim q) \vee (\sim r \wedge \sim q))$

5. Probar al menos una de las siguientes tautologías.

   a) $(p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q$ (Modus Ponens)

   b) $(\sim q \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow \sim p$ (Modus Tolens) *c*) $((p \vee q) \wedge \sim p) \rightarrow q$ (Modus Tollendo Ponens)

d) $p \rightarrow (p \vee q)$ (Adición)

e) $(p \wedge q) \rightarrow p$ (Simplificación)

6. Probar al menos una de cada una de las siguientes equivalencias lógicas

   a) Doble Negación:
   - $p \iff \sim (\sim p)$

   b) Leyes Conmutativas:
   - $p \wedge q \iff q \wedge p$
   - $p \vee q \iff q \vee p$

   c) Leyes Distributivas:
   - $(p \vee q) \wedge r \iff (p \wedge r) \vee (q \wedge r)$
   - $(p \wedge q) \vee r \iff (p \vee r) \wedge (q \vee r)$

   d) Leyes Asociativas:
   - $p \wedge (q \wedge r) \iff (p \wedge q) \wedge r$
   - $p \vee (q \vee r) \iff (p \vee q) \vee r$

   e) Leyes de De Morgan:
   - $\sim (p \wedge q) \iff \sim p \vee \sim q$
   - $\sim (p \vee q) \iff \sim p \wedge \sim q$

7. Simbolizar utilizando esquemas, cuantificadores y conectivos lógicos:

   a) Todos los números son enteros.

   b) Existen números impares o no todos los números son pares.

   c) Para todo par de números, si son reales y su producto es uno entonces uno es el inverso del otro.

   d) Para todo par de números reales, existe otro que es mayor que ambos.

   e) Existen políticos honestos.

   f) Todos los paises inexplorados son facinantes.

   g) Cualquier rectángulo tiene cuatro lados.

8. Escribir en lenguaje corriente las siguientes proposiciones, siendo el universo el conjunto de los números reales y los esquemas definidos como sigue:
   $p(x) : x$ es par
   $q(x) : x$ es divisible por 2
   $r(x) : x > 0$
   $p(x, y) : y > x$
   $q(x, y) : x + y = 0$

   a) $(\forall x)\ (p(x) \rightarrow q(x))$

   b) $(\exists y)(\forall x)(p(x, y))$

   c) $(\forall x)(\exists y)(p(y, x + 3))$

   d) $(\forall x)\ (\ r(x) \rightarrow ((\exists y)(\sim r(y) \wedge q(x, y)))$

9. Negar las proposiciones dadas de los dos ejercicios anteriores, obteniendo una forma equivalente.

10. *a*) Hallar universo y esquemas para que las siguientes proposiciones sean verdaderas

    1) $(\forall x)(p(x) \wedge q(x))$
    2) $(\exists x)(p(x) \wedge q(x))$

3) $(\forall x)(p(x)) \to (\exists x)(q(x))$
4) $(\exists x)(p(x)) \to (\forall x)(q(x))$
5) $(\forall x)(\exists y)(p(x, y))$
6) $(\exists y)(\forall x)(p(x, y))$

b) Para las proposiciones dadas en el item anterior, hallar universo y esquemas para que sean falsas.