

ÁLGEBRA (Ciencias) – año 2017

PRÁCTICA 5

Combinatoria

1. ¿Cuántos números distintos de 1 a 3 dígitos pueden formarse con 3 discos marcados con los números 1, 2 y 3?
2. Con los dígitos 1,2,3,6,7,8; ¿Cuántos números de 4 cifras disitintas pueden formarse?
 - a) Sin restricciones;
 - b) Que sean pares;
 - c) Que comiencen y terminen con un dígito impar.
3. Se dispone de 10 libros de Matemática, 5 de Física y 8 de Astronomía.
 - a) ¿De cuántas maneras pueden ordenarse en un estante si los de una misma materia deben estar juntos entre sí
 - b) ¿De cuántas si sólo los de Astronomía deben estar juntos entre sí?
4. ¿Cuántos anagramas de la palabra MONEDA se pueden formar? ¿Cuántos que tengan la letra M en el tercer lugar? ¿Cuántos en los que aparezca la secuencia MO? ¿Cuántas en la que no aparezca la secuencia MO?
5. ¿Cuántos anagramas de la palabra MATEMATICA se pueden formar? ¿Cuántos que no comiencen con M? ¿Cuántos que comiencen y terminen con la misma letra?
6. ¿De cuántas formas pueden alinearse 6 hombres y 6 mujeres
 - a) sin restricciones;
 - b) en forma alternada;
 - c) los hombres primero y las mujeres después;
 - d) primero tres hombres, luego las 6 mujeres y finalmente los restantes 3 hombres.
7. En una clase con 30 alumnos hay que seleccionar una comisión compuesta por 5 personas. ¿De cuántas forma puede hacerse
 - a) sin restricciones;
 - b) si Juan y Pedro no pueden estar juntos en la comisión;
 - c) si es obligación incluir a Rosa o a Blanca.
8. De un grupo formado por 6 hombres y 8 mujeres se quiere seleccionar 2 hombres y 3 mujeres para fomar una comisión. ¿De cuántas formas puede hacerse
 - a) sin restricciones,

- b) si Juan y Pedro no pueden estar juntos;
- c) si Juan y María no pueden estar juntos,
- d) si Pedro y Rosa deben ser incluidos.

9. Veintidos señoritas participan de una reunión y deben formar dos equipos de trabajo, ambos con igual número de integrantes; uno de ellos debe estar dirigido por Ema y el otro por Agustina:

- a) ¿Cuántos equipos distintos pueden formarse?
- b) ¿Cuántos equipos distintos si hay 3 señoritas (particulares) que deben estar con Ema y 2 (también particulares) en el equipo de Agustina?

10. Utilizando la definición, probar:

- a) $C(n - 1, r) + C(n - 1, r - 1) = C(n, r)$.
- b) $C(n + 2, r) = C(n, r) + 2C(n, r - 1) + C(n, r - 2)$.
- c) $C(n + 3, r) = C(n, r) + 3C(n, r - 1) + 3C(n, r - 2) + C(n, r - 3)$.

11. Si C_r es el coeficiente del r-ésimo término del desarrollo de $(1 + x)^n$, hallar n si $C_5 = 70$ y $C_7 = 28$.

12. Hallar el término independiente de x en el desarrollo de $(x^2 - 2x^{-1})^{12}$.

13. En el desarrollo de $(2 + 3b)^n$ el coeficiente de b^{12} es cuatro veces el coeficiente de b^{11} . Hallar n .

14. En el desarrollo de $(3x + 7)^{39}$, $C_{r+1} = C_r$. Hallar r .

15. Evaluar las siguientes sumas (sin desarrollar los combinatorios):

- a) $C(6, 0) + C(6, 1) + \dots + C(6, 5)$.
- b) $C(6, 0) - C(6, 1) + C(6, 2) - C(6, 3) + \dots + C(6, 6)$.

16. Demostrar que si n es par, entonces:

$$C(n, 0) + C(n, 2) + \dots + C(n, n) = C(n, 1) + C(n, 3) + \dots + C(n, n - 1) = 2^{n-1}$$

17. Usando el desarrollo de $(1 + x)^n$ y dando a x un valor adecuado, probar:

- a) $1 - 2C(n, 1) + 2^2C(n, 2) - 2^3C(n, 3) + \dots + (-1)^n 2^n C(n, n) = (-1)^n$
- b) $1 + 2C(n, 1) + 2^2C(n, 2) + 2^3C(n, 3) + \dots + 2^n C(n, n) = 3^n$

=====Optativos=====

18. ¿De cuántas maneras se pueden ubicar 20 bolitas indistinguibles en 50 cajas numeradas con la condición de que cada caja contenga a lo sumo 1 bolita?

19. De cuántas maneras se pueden ubicar 15 bolitas indistinguibles en 10 cajas numeradas con la condición:

- a) ninguna caja quede vacía.

b) la quinta caja quede vacía.

c) la primer caja quede vacía y la segunda contenga exactamente 2 bolitas.

d) queden a lo sumo 3 cajas vacías.

20. ¿Cuántas soluciones tienen las siguientes ecuaciones si en cada caso x_i debe ser un entero no negativo?

a) $x_1 + x_2 + x_3 = 4$

b) $x_1 + x_2 + x_3 = 8$

c) $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 10$