Análisis de Datos 2016 - Práctica 1

1. Sea $\Omega = \{1,2,3,4,5,6,7\}$, $E = \{1,3,5,7\}$, $F = \{7,4,6\}$, $G = \{1,4\}$. Describir:

   a) $E \cap F$ c) $E \cap G^c$ e) $E^c \cap (F \cup G)$

   b) $E \cup (F \cap G)$ d) $(E \cap F^c) \cup G$ f) $(E \cap G) \cup (F \cap G)$

2. Una firma constructora de ingeniería en la actualidad está trabajando en plantas eléctricas en tres sitios diferentes. Llamamos A_i al evento "la planta localizada en el sitio i se completa em la fecha contratada". Use las operaciones de unión, intersección y complemento para describir cada uno de los siguientes eventos en función de A_1, A_2 y A_3, trace un diagrama y sombree la región que corresponde a cada uno.

   (a) Por lo menos una planta se completa en la fecha contratada.
   (b) Todas las plantas se completan en la fecha contratada.
   (c) Ninguna planta se comleta en la fecha contratada.
   (d) Sólo la planta localizada en el sitio 1 se completa en la fecha contratada.
   (e) Exactamente una planta se completa alrededor de la fecha contratada.
   (f) Solo una planta se completa en la fecha contratada

3. Sean A y B dos eventos tales que:

   $P(A) = 0,2$, $P(B) = 0,3$ y $P(A \cap B) = 0,1$ Calcular:

   $P(A \cup B)$, $P(A^c \cup B^c)$, $P(A \cap B^c)$

4. En una clase hay 10 hombres y 20 mujeres, de los cuales la mitad de los hombres y la mitad de las mujeres tienen ojos castaños. Hallar la probabilidad de que una persona elegida al azar sea un hombre o tenga ojos castaños.

5. Se arrojan dos dados equilibrados; conviene suponerlos de colores distintos.

   (a) describa el conjunto de todos los resultados posibles y asigne probabilidades a cada resultado, suponiendo que son equiprobables.
   (b) Sea A el evento: la suma de ambos resultados es 4, y B el evento: al menos uno de los resultados es 3. Calcule: $P(A)$, $P(B)$, $P(A \cap B)$, $P(A \cup B)$ y $P(A^c \cup B)$.

6. Si A y B son dos eventos tales que $P(A) = 1/5, P(B) = 3/4$ y $P(A \cap B) = 3/20$, podemos asegurar las siguientes afirmaciones?, en cada caso, si la respuesta es afirmativa justificar, y si es negativa dar un contrejemplo:

   (a) $A \subset B$, pues $P(A) < P(B)$.
   (b) $A \cup B$ es el evento seguro.
   (c) $P(A \cup B) = 4/5$

7. Se arrojan dos dados equilibrados. Sea E el evento “la suma es 7 ”, F el evento “el primer dado es 4 ” y G el evento “el segundo dado es 3 ”

   (a) Mostrar que E y F son independientes
   (b) Mostrar que E y G son independientes.

8. Supongamos que vuelo de Bs. As. a Córdoba en la aerolinea X, y regreso en la aerolinea Y. Sea $A = \{X \text{ pierde mi equipaje}\}$ y sea $B = \{Y \text{ pierde mi equipaje}\}$. Si A y B son eventos independientes con $P(A) > P(B)$, $P(A \cap B) = 0,0002$ y $P(A \cup B) = 0,03$, determine $P(A)$ y $P(B)$

9. Para el caso de varones nacidos en el estado de Arizona, la probabilidad de que el período de gestación sea menor de 37 semanas es de $0,142$ y la probabilidad de que su peso al nacer sea menor que 2500 gramos es de $0,051$, además la probabilidad de que esos dos eventos ocurran simultaneamente es de $0,031$

(a) En el caso de un recién nacido de sexo masculino elegido al azar, sea A el evento "el período de gestación del bebé es inferior a 37 semanas" y B el evento "el peso al nacer es menor de 2500 gramos".¿Son A y B independientes?

(b) ¿Cuál es la probabilidad de que ocurran A o B?

(c) ¿Cuál es la probabilidad de que ocurra el evento B, en el caso de que ocurra el evento A? (la probabilidad de que el peso al nacer es menor de 2500 gramos, sabiendo que el período de gestación del bebé fue inferior a 37 semanas)

10. Con los datos del ejemplo 2.1

    (a) encuentre la probabilidad de que un individuo elegido al azar de esa población tenga al menos una de las dos enfermedades.

    (b) encuentre la probabilidad condicional de que tenga ambas enfermedades, dado que tiene al menos una de ellas.

11. Suponga que las proporciones de fenotipos sanguíneos en una población son las siguientes:

A	B	AB	O
$0,42$	$0,10$	$0,04$	$0,44$

    Suponiendo que los fenotipos de dos individuos seleccionados al azar son independientes uno de otro, ¿cuál es la probabilidad de que ambos fenotipos sean O? ¿Cuál es la probabilidad de que los fenotipos de dos individuos seleccionados al azar coincidan?

12. Se sabe que la probabilidad de que un paciente responda al tratamiento de una afección es igual a $0,9$. Si se trata a tres pacientes en forma independiente

    (a) encuentre la probabilidad de que todos respondan al tratamiento

    (b) encuentre la probabilidad de que ninguno responda al tratamiento

    (c) encuentre la probabilidad de que al menos uno responda al tratamiento.

13. La ciudad A tiene el doble de habitantes que la ciudad B. Un 10% de habitantes de la ciudad A son alérgicos y un 30% de la ciudad B son alérgicos. Se selecciona a un ciudadano de una de esas ciudades, sin saber de cuál es. ¿Cuál es la probabilidad de que sea alérgico?

14. Un ingeniero químico está interesado en determinar si cierta impureza está presente en un producto. Un experimento tiene una probabilidad de $0,80$ de detectarla si está presente. La probabilidad de no detectarla si está ausente es de $0,90$. Las probabilidades previas de que la impureza esté presente o ausente son de$0,40$ y $0,60$, respectivamente. Tres experimentos distintos producen sólo dos detecciones. ¿Cuál es la probabilidad posterior de que la impureza esté presente?

15. Una compañía de seguros clasifica a las personas en tres clases: de mayor riesgo, riesgo medio y riesgo bajo. Entre los asegurados actualmente en esa compañía, 20% son de riesgo alto, 50% son de riesgo medio y 30% son de riesgo bajo. De sus registros deduce que las pro-babilidades de que una persona sufra algún accidente en un año, para cada una de estas clases, es igual a: $0,30$; $0,15$ y $0,05$ respectivamente.

    (a) Si un cliente de esa compañía no ha tenido ningún accidente durante el año de cobertura del seguro, ¿cuál es la probabilidad de que pertenezca a la clase de bajo riesgo?

    (b) Si las pólizas de seguro duran 3 años, y un cliente no hasufrido ningún accidente en todo el período, ¿cuál es la probabilidad de que pertenezca a la clase de bajo riesgo?

16. Una fábrica tiene dos equipos para producir cierto artículo. La proporción de artículos defectuosos para el equipo A es de 30% y para el equipo B es 20%. Todos los artículos defectuosos son rechazados y se sabe que el 60% de los artículos rechazados provienen del equipo A. Se desea saber que proporción de los artículos producudos en esa fábrica, fueron elaborados por el equipo B.

17. Una caja contiene 6 bolas rojas y 4 verdes, y una segunda caja contiene 6 bolas rojas y 3 verdes. Se escoge al azar una bola de la primera caja y se pone en la segunda caja. Luego se selecciona al azar una bola de la segunda caja y se coloca en la primera.

    (a) ¿Cuál es la probabilidad de que se seleccione una bola roja de la primera caja y una verde de la segunda?

    (b) Al final del proceso, ¿cuál es la probabilidad de que la cantidad de bolas rojas y verdes en cada caja sean las mismas que al comienzo?

18. En un laberinto en T, a una rata se la alimenta si vira a la izquierda y se le aplica un choque eléctrico si vira a la derecha. En el primer intento la probabilidad de que vire a derecha o a izquierda es la misma. Después, si recibe el alimento en el primer intento, la probabilidad de que vire a la izquierda en el siguiente intento es $0,68$; y si recibe un choque eléctrico en el primer intento, la probabilidad de que vire a la izquierda en el segundo es $0,84$ ¿Cuál es la probabilidad de que una rata vire a la izquierda en el segundo intento?

19. Un sistema consta de dos componentes. La probabilidad de que el segundo componente funcione de manera satisfactoria durante su duración de diseño es de $0,9$, la probabilidad de que por lo menos uno de los dos componentes lo haga es de $0,96$ y la probabilidad de que ambos componentes lo hagan es de $0,75$. Dado que el primer componente funciona de manera satisfactoria durante toda su duración de diseño, ¿cuál es la probabilidad de que el segundo también lo haga?

20. Sean A y B dos eventos tales que $P(A) = 0,4$, $P(A \cup B) = 0,7$. Si $P(B) = p$, para qué valores de p se cumple:

    (a) ¿A y B son eventos incompatibles?

    (b) ¿A y B son eventos independientes?