

## Análisis de Datos 2016 - Práctica 2

1. Sea  $X$  una variable aleatoria que toma los valores  $\{0, 1, 2, 3, 4\}$  y sea  $p(x) = c(5 - x)$  su función de frecuencia ¿cuál es el valor de  $c$ ?
2. Sea  $X$  una variable aleatoria que toma los valores  $\{2, 4, 5, 6, 8\}$  y parte de su función de frecuencia es:

$x$	2	4	5	6	8
$p_1(x)$	0,1	0,3	0,2	0,1	-

- (a) Completar la tabla de la función de frecuencia
  - (b) Calcular la función de distribución acumulada.
  - (c) Calcular  $P(X \leq 5)$ ,  $P(X < 7)$ ,  $P(2 < X \leq 6)$
3. En la siguiente Tabla se presenta la probabilidad del número de fallas que puede experimentar un tomógrafo en un día cualquiera

Número de fallas ( $x$ )	0	1	2	3	4
Probabilidad $p(x)$	0,14	0,32	0,30	0,16	0,08

- (a) ¿Cuál es la probabilidad de que el tomógrafo falle más de una vez en un día?
  - (b) ¿Cuál es la probabilidad de que el instrumento tenga entre 2 y 3 fallas en un día?
  - (c) ¿Cuál es número esperado de fallas en un día?
  - (d) ¿Cuál es la varianza? ¿Cuál es la desviación estándar?
4. Sea  $F(x)$  la función de distribución acumulada de la variable aleatoria  $X$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < -2 \\ 0,4 & \text{si } 0 \leq x < 0,5 \\ 0,8 & \text{si } 0,5 \leq x < 3 \\ 1 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

- (a) Representar gráficamente  $F(x)$  y obtener la función de probabilidad de la variable
  - (b) Calcular la probabilidad de  $X < 1$
  - (c) Calcular el valor esperado (valor medio)
  - (d) Calcular la varianza
5. Un jugador lanza un dado corriente. Si sale 1, 2, 3 pierde 70 pesos; si sale 4 no gana ni pierde nada; y si sale 5 o 6, gana 100 pesos. Determinar la función de frecuencia de  $Y =$  ganancia del jugador y grafique. Calcule la ganancia esperada.
  6. Una compañía proveedora de productos químicos tiene actualmente en existencia 100 libras de cierto producto, que vende a clientes en lotes de 5 libras. Sea  $X =$  número de lotes ordenados por un cliente seleccionado al azar, y suponga que  $X$  tiene la siguiente distribución

$k$	1	2	3	4
$P(X = k)$	0,2	0,4	0,3	0,1

- (a) Calcular  $E(X)$  y  $V(X)$ .
  - (b) Calcular el número esperado y la varianza de la cantidad de libras sobrantes después de embarcar el pedido de siguiente cliente.
7. Un examen con “multiple choice” está compuesto por 15 preguntas, con 5 respuestas posibles cada una, de las cuales sólo una es correcta. Supóngase que uno de los estudiantes que realiza el examen contesta las preguntas al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que conteste correctamente al menos 10 preguntas?

8. Se utiliza un número telefónico particular para recibir tanto llamadas de voz como faxes. Suponga que 25% de las llamadas entrantes son faxes y considere una muestra de 20 llamadas entrantes. ¿Cuál es la probabilidad de que
- Cuando mucho 5 de las llamadas sean un fax?
  - Por lo menos 5 de las llamadas sean un fax?
  - ¿Cuál es la media y la desviación estándar del número de faxes entre las 20 llamadas?
  - ¿Cuál es la probabilidad de que el número de faxes entre las 20 llamadas sobrepase el número esperado por más de 2 desviaciones estándar?
9. Un puente de cuota cobra \$10 por cada automóvil de uso particular y \$25 por cualquier otro vehículo. Suponga que durante el día 60% son vehículos de uso particular. Si 25 vehículos cruzan el puente durante un periodo determinado del día, ¿cuál es la expectativa de ingresos resultantes en ese período? [Sugerencia: Expresé  $X$  número de automóviles de uso particular; el ingreso por concepto de cuota  $h(X)$  es una función lineal de  $X$ ].
10. Un contador Geiger detecta, en promedio, 1,3 desintegraciones por milisegundo provenientes de una muestra radioactiva. Si la probabilidad de detectar los decaimientos sigue una distribución de Poisson. Determine el parámetro  $\lambda$  de la distribución para el número de desintegraciones en 10 minutos, y la varianza de la misma.
11. A la oficina de reservaciones de una aerolínea regional llegan 48 llamadas por hora, y se supone que se trata de un proceso de Poisson.
- Calcule la probabilidad de recibir cinco llamadas en un lapso de 5 minutos.
  - Estime la probabilidad de recibir exactamente 10 llamadas en un lapso de 15 minutos.
  - Suponga que no hay ninguna llamada en espera. Si el agente de viajes necesitará 5 minutos para la llamada que está atendiendo, ¿Cuál es la probabilidad de que no haya ninguna llamada en espera cuando el termine?
  - Determinar la longitud del intervalo de tiempo para que la probabilidad de que no llegue ninguna llamada durante ese intervalo sea  $\geq 0.1$
12. Se supone que el número de bacterias en el agua de un estanque es una variable aleatoria  $X$  con distribución de Poisson con media de 0,5 bacterias por  $\text{mm}^3$
- ¿Cuál es la probabilidad de que en  $1 \text{ mm}^3$  de agua del estanque no haya ninguna bacteria?
  - En 4 tubos de ensayo se toman muestras de agua del estanque ( $1 \text{ mm}^3$  de agua en cada tubo). ¿Qué distribución sigue la variable  $Y =$  "n de tubos de ensayo, entre los 4, que no contienen bacterias"?. Calcular, aproximadamente,  $P(Y \geq 2)$ .
  - Si sabemos que en un tubo hay bacterias, ¿cuál es la probabilidad de que haya menos de tres?
13. El número de solicitudes de ayuda recibidas por un servicio de grúas es un proceso de Poisson con razón 4 por hora.
- Calcule la probabilidad de que exactamente diez solicitudes sean recibidas durante un periodo particular de 2 horas.
  - Si los operadores del servicio de grúas hacen una pausa de 30 min para el almuerzo, ¿cuál es la probabilidad de que no dejen de atender llamadas de ayuda?
  - ¿Cuántas llamadas esperaría durante esta pausa?
14. En determinada población la probabilidad de que un niño muera antes del año es de 0,0085. Sea  $X$  la variable aleatoria que representa la cantidad de niños que mueren antes de cumplir el primer año de vida. en un grupo de 2000 niños de esa población.
- Cuál es el número medio de niños en ese grupo que morirá antes del año de vida?
  - Cuál es la probabilidad de que a lo sumo 5 de esos niños mueran antes del año de vida?
  - Cuál es la probabilidad de que mueran entre 15 y 20 de esos niños antes del año de vida?