

## Análisis de Datos 2016 Práctica 4

1. Una compañía naviera maneja contenedores en tres diferentes tamaños:  $A_1$  de 27 pies<sup>3</sup>,  $A_2$  de 125 pies<sup>3</sup>, y  $A_3$  de 512 pies<sup>3</sup>. Sea  $X_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) el número de contenedores de tipo  $A_i$  embarcados durante una semana dada, con  $\mu_i = E(X_i)$  y  $\sigma_i^2 = V(X_i)$ , dados en la siguiente tabla:

$$\begin{array}{lll} \mu_1 = 200 & \mu_2 = 250 & \mu_3 = 300 \\ \sigma_1^2 = 10^2 & \sigma_2^2 = 12^2 & \sigma_3^2 = 8^2 \end{array}$$

- (a) Suponiendo que  $X_1, X_2, X_3$  son independientes, calcule el valor esperado y la varianza del volumen total embarcado [Sugerencia: Volumen =  $27X_1 + 125X_2 + 512X_3$ .]
- (b) ¿Serían sus cálculos necesariamente correctos si las  $X_i$  no fueran independientes? Explique.
2. Si  $X_1, X_2$  y  $X_3$  representan los tiempos necesarios para realizar tres tareas de reparación sucesivas en cierto taller de servicio. Suponga que son variables aleatorias normales independientes con valores esperados  $\mu_1, \mu_2$  y  $\mu_3$  y varianzas  $\sigma_1^2, \sigma_2^2$  y  $\sigma_3^2$ , respectivamente.
- (a) Si  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 60$  y  $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = 15$ , calcule  $P(X_1 + X_2 + X_3 \leq 200)$ . ¿Cuál es  $P(150 \leq X_1 + X_2 + X_3 \leq 200)$ ?
- (b) Con las  $\mu_i$  y  $\sigma_i^2$  dadas en el inciso a), calcule  $P(55 \leq \bar{X})$  y  $P(58 \leq \bar{X} \leq 62)$ .
- (c) Con las  $\mu_i$  y  $\sigma_i^2$  dadas en el inciso a), calcule  $P(-10 \leq X_1 - 0,5X_2 - 0,5X_3 \leq 5)$ .
- (d) Si  $\mu_1 = 40, \mu_2 = 50, \mu_3 = 60, \sigma_1^2 = 10, \sigma_2^2 = 12$  y  $\sigma_3^2 = 14$  calcule  $P(X_1 + X_2 + X_3 \leq 160)$  y  $P(X_1 + X_2 \geq 2X_3)$ .
3. El error de medición de un aparato es aleatorio con desviación típica 10. ¿Cuántas veces como mínimo hay que repetir la medición para que la desviación típica del promedio de las mediciones sea menor que 4?
4. El peso ( $kg$ ) de los hombres de una población sigue una distribución  $N(74; 10^2)$  y el peso de las mujeres una distribución  $N(62; 11^2)$
- (a) Cuatro hombres entran en un ascensor cuya carga máxima es de 350  $kg$ . ¿Cuál es la probabilidad de que entre los cuatro superen esa carga máxima?
- (b) Si entran dos hombres y dos mujeres, ¿Cuál es la probabilidad de que entre los cuatro superen esa carga máxima?
- (c) ¿Cuál es la probabilidad de que dos hombres, elegidos al azar en esa población, puedan jugar en un balancín, si sólo pueden hacerlo cuando sus pesos difieren en menos de 5  $kg$ ?
5. Suponga que cuando el pH de cierto compuesto químico es 5,00, el pH medido por un estudiante es una variable aleatoria con distribución normal con media 5,00 y desviación estándar 0,3. Un lote grande del compuesto se subdivide y se da una muestra a cada estudiante de la comisión de la mañana y cada estudiante de la comisión de la tarde. Sea  $\bar{X}$  el pH promedio medido por los alumnos de la mañana e  $\bar{Y}$  el pH promedio medido por los alumnos de la tarde. Si hay 15 estudiantes en el laboratorio de la mañana y 12 en el de la tarde, calcule  $P(-0,1 \leq \bar{X} - \bar{Y} \leq 0,1)$
6. Un tramo de tubería de PVC tiene que ser insertado en otro tramo. La longitud del primer tramo está normalmente distribuido con valor medio de 20 pulg y desviación estándar de 0,5 pulg. El segundo tramo es una variable aleatoria normal con media y desviación estándar de 15 pulg y 0,4 pulg, respectivamente. La cantidad de traslape está normalmente distribuido con valor medio de una pulg y desviación estándar de 0,1 pulg. Suponiendo que los tramos y cantidad de traslape son independientes entre sí, ¿cuál es la probabilidad de que la longitud total después de la inserción esté entre 34,5 pulg y 35 pulg?
7. Un investigador informa sobre sus resultados diciendo que el error estándar de la media es 20. La desviación estándar poblacional es 500.

- (a) ¿De qué tamaño fue la muestra usada en esta investigación?
- (b) ¿Cuál es la probabilidad de que la estimación puntual esté a no más de 25 de la media poblacional?
8. El contenido de nicotina de un cigarrillo de una marca en particular es una variable aleatoria con media 0,8 mg y desviación estándar 0,1 mg. Si un individuo fuma 5 paquetes de 20 de estos cigarrillos por semana, ¿cuál es la probabilidad de que la cantidad total de nicotina consumida en una semana sea por lo menos de 82 mg?
  9. Se conectan 35 focos de luz infrarroja en un invernadero, de manera que si falla un foco se enciende otro inmediatamente. (Se enciende solamente un foco a la vez). Los focos funcionan independientemente y cada uno tiene una vida media de 50 horas y una desviación estándar de 4 horas. Si no se inspecciona el invernadero durante 1800 horas después de encendido el primer foco, ¿cuál es la probabilidad de que al final de ese período aún esté encendido un foco?
  10. Se redondean al entero más próximo 432 números y se suman. Suponiendo que los errores individuales de redondeo se distribuyen uniformemente sobre el intervalo  $(-0.5, 0.5)$ , aproximar la probabilidad de que la suma de los números redondeados difiera de la suma exacta en más de 6.
  11. Si se selecciona una muestra de 95 individuos de una población donde la prevalencia de diabetes es de 0,125. Calcule la probabilidad de que haya más de 10 diabéticos en la muestra.
  12. Una línea aérea sabe que, en general, el 5% de las personas que hacen sus reservaciones para cierto vuelo no se presentan. Si la aerolínea vende 160 boletos para un vuelo que tiene 155 lugares disponibles, ¿cuál es la probabilidad de que haya lugar disponible para todos los pasajeros que se presentan en el momento del vuelo?
  13. Como parte del control de la contaminación, un experimentador pretende cuantificar el número de bacterias en un pequeño volumen de agua. Sea  $X$  el número de bacterias por  $\text{cm}^3$  de agua y suponga que  $X$  tiene una distribución de Poisson con  $\lambda = 50$ . Si la contaminación permitida en el abastecimiento de agua es de 50 bacterias por  $\text{cm}^3$ , ¿cuál es la probabilidad de que al examinar una muestra de un  $\text{cm}^3$ , se considere que cumple con la norma establecida?
  14. Con los datos del Ejercicio 1 de la Práctica 3, encuentre un valor aproximado de la desviación típica de  $Y = \ln(X + 1)$
  15. Si el voltaje  $v$  en un medio es fijo, pero la corriente  $I$  es aleatoria, entonces la resistencia ( $R = v/I$ ) también será aleatoria. Si  $\mu_I = 20\text{ohms}$  y  $\sigma_I = 0.5\text{ohms}$ , calcule los valores aproximados de  $\mu_R$  y  $\sigma_R$ .
  16. Se desea calcular el volumen de un tanque cilíndrico, se mide el diámetro de la base ( $d$ ) y la altura ( $h$ ). Existen errores de medición, por ese motivo los resultados obtenidos se consideran variables aleatorias con  $\sigma_d = 0,10m$  y  $\sigma_h = 0,06m$ . Consideramos los valores medidos  $d = 4,50m$  y  $h = 1,80m$  como las respectivas medias. Hallar un valor aproximado de la desviación estándar del volumen calculado.
  17. Para determinar la altura de un árbol, conociendo la altura de un objeto de referencia  $h_b$ , se mide la longitud de la sombra del árbol,  $L_{sa}$ , y la longitud de la sombra de dicho objeto  $L_{sb}$ ; luego se calcula la altura del árbol, como  $h_a = h_b(L_{sa}/L_{sb})$ . Suponemos que la altura del objeto de referencia se conoce sin error,  $h = 5m$  y en las mediciones hay un error de medición aleatorio con  $\sigma = 0,05m$ ; si consideramos los valores medidos de  $L_{sa} = 12,10m$ ,  $L_{sb} = 2,20m$  como sus respectivas medias, hallar una aproximación de la desviación estándar del error en el cálculo de  $h_a$
  18. Suponga tres resistores con resistencias  $X_1, X_2$  y  $X_3$  conectadas en paralelo a través de una batería con voltaje  $X_4$ . Luego, según la ley de Ohm, la corriente es

$$Y = X_4 \left[ \frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2} + \frac{1}{X_3} \right]$$

Sean  $\mu_1 = 10$  ohms,  $\sigma_1 = 1,0$  ohms,  $\mu_2 = 15$  ohms,  $\sigma_2 = 1.0$  ohms,  $\mu_3 = 20$  ohms,  $\sigma_3 = 1,5$  ohms,  $\mu_4 = 120$  V,  $\sigma_4 = 4,0$  V. Calcule el valor esperado y la desviación estándar aproximadas de la corriente.