

## PROGRAMA

### 1. GEOMETRÍA DEL ESPACIO Y DEL PLANO

Sistema de coordenadas cartesianas y vectores en el espacio y en el plano. Operaciones algebraicas con vectores: suma, multiplicación de un vector por un número real, producto escalar, producto vectorial. Módulo de un vector; normalización de un vector.

Rectas en el plano y en el espacio. Superficies en el espacio: planos, cuádricas y cilindros.

Sistema de coordenadas polares en el plano. Sistemas de coordenadas cilíndricas y esféricas en el espacio.

### 2. FUNCIONES VECTORIALES DE UN PARÁMETRO

Curvas paramétricas y funciones vectoriales de un parámetro. Definición, dominio y rango de funciones vectoriales de un parámetro. Límite y continuidad. Derivación: derivada primera; regla de la cadena; vector tangente a una curva, recta tangente; curvas suaves (a trozos). Integración.

Longitud de una curva paramétrica; función longitud de arco; parámetro longitud de arco y reparametrización.

Aplicaciones: movimiento en el espacio y en el plano. Vectores desplazamiento, velocidad y aceleración; rapidez y distancia recorrida. Ejemplos: tiro oblicuo, movimiento circular.

### 3. FUNCIONES ESCALARES DE VARIAS VARIABLES

Definición, dominio y rango de funciones de dos variables; representaciones mediante la gráfica en el espacio y mediante curvas de nivel en el dominio de la función; conexión entre ambas representaciones.

Definición, dominio y rango de funciones de tres variables; representación mediante superficies de nivel en el dominio de la función; conexión con la gráfica de una función de dos variables. Límite y continuidad.

Derivación de una función de dos variables: derivadas parciales primeras, aproximación lineal de la función y plano tangente a la gráfica de la función, diferenciabilidad; derivadas parciales segundas, teorema de Clairaut, aproximación cuadrática de la función. Derivación de una función de tres variables: derivadas parciales primeras.

Derivadas direccionales. Vector gradiente, conexión con curvas de nivel y con superficies de nivel.

Composición de funciones escalares y reglas de la cadena. Teoremas de la función implícita.

Aplicaciones: mapas de isotermas; ecuación de ondas, ecuación de difusión del calor, ecuación de Laplace y otras ecuaciones diferenciales a derivadas parciales de interés físico.

### 4. OPTIMIZACIÓN DE FUNCIONES ESCALARES DE VARIAS VARIABLES

Puntos críticos de funciones de varias variables, extremos absolutos y relativos, puntos de ensilladura. Criterio de clasificación de puntos estacionarios para funciones de dos variables; hessiano.

Optimización condicionada de una función de dos variables con un vínculo, y de una función de tres variables con uno o con dos vínculos: método de los multiplicadores de Lagrange. Teorema de Lagrange.

Aplicaciones: problemas de optimización en regiones abiertas y cerradas.

### 5. INTEGRACIÓN DE FUNCIONES ESCALARES DE VARIAS VARIABLES

Integral doble de una función de dos variables: definición, integrales iteradas. Integración doble sobre rectángulos, regiones de tipo I y II, y regiones generales; simetrías. Integración doble en coordenadas polares.

Integral triple de una función de tres variables: definición, integrales iteradas. Integración triple sobre cajas, regiones de tipo 1 a 6, y recintos generales; simetrías. Integración triple en coordenadas cilíndricas. Integración triple en coordenadas esféricas. Jacobiano.

Integral de línea de funciones escalares de dos y tres variables: definición, reducción al cálculo de una integral simple.

Integral de superficie de funciones escalares de tres variables: superficies paramétricas y funciones vectoriales de dos parámetros; definición de integral de superficie, reducción al cálculo de una integral doble. Aplicaciones: área de una región plana (como integral doble), volumen de una región sólida (como integral doble o triple), valor promedio, masa total y coordenadas del centro de masa de una placa y de un cuerpo. Longitud de una curva. Área de una superficie.

## 6. CAMPOS VECTORIALES

Definición; representación gráfica en el plano y en el espacio. Ejemplos de interés físico: fuerzas, campos de fuerza gravitatoria y eléctrica, campo de velocidades en un fluido; campo gradiente.

Derivación de campos vectoriales: divergencia y rotor. Campos vectoriales incompresibles e irrotacionales, interpretación física.

Integral de línea de un campo vectorial: definición, reducción al cálculo de una integral simple. Campos conservativos: ejemplos de interés físico, condiciones necesarias y suficientes, independencia de camino; familia de funciones potenciales (método de integraciones parciales), teorema fundamental.

Integral de superficie de un campo vectorial: definición, reducción al cálculo de una integral doble.

Teorema de Green. Aplicación al cálculo del área de una región plana. Formas vectoriales del teorema para las componentes del campo tangencial y perpendicular a la curva frontera.

Teorema de Stokes. Casos particulares: a través de superficies planas (reducción al teorema de Green), a través de superficies cerradas arbitrarias; para campos irrotacionales.

Teorema de Gauss. Aplicación al cálculo del volumen de un sólido. Casos particulares: reducción al teorema de Green; para campos incompresibles.

Aplicaciones: trabajo de una fuerza; fuerzas conservativas y conservación de la energía mecánica; energía potencial, potencial gravitatorio y eléctrico; flujo de campo eléctrico alrededor de una carga puntual; flujo neto en un fluido (fuentes y sumideros).

### Bibliografía sugerida

- LARSON Roland, EDWARDS Bruce y HOSTETLER Robert. *Cálculo y geometría analítica*, Vol. **2** (McGraw–Hill, México, 2000), 6a. ed.
- MARSDEN Jerrold y TROMBA Anthony. *Cálculo vectorial* (Addison–Wesley Iberoamericana, Wilmington, 1991), 3a. ed.
- SMITH Robert y MINTON Roland. *Cálculo*, Tomo **2** (McGraw–Hill, Santafé de Bogotá, 2001)
- STEWART James. *Cálculo. Conceptos y contextos* (Cengage Learning, México, 2010), 4a. ed.
- STEWART James. *Cálculo. Transcendentes tempranas* (Cengage Learning, México, 2008), 6a. ed.